Klasse BVKT1
3. Schulaufgabe aus der Mathematik
am 10.07.2012

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f_k : x \mapsto \frac{2x^2 - kx + 2k}{x^2}$ mit $k \in \mathbb{R}$.

1.1 Untersuchen Sie die Art der Definitionslücke. Geben Sie im Falle einer stetig behebbaren Definitionslücke den Funktionsterm f* in möglichst einfacher Form an und beschreiben Sie, wie der Graph von f* verläuft. [5]

1.2 Bestimmen Sie Anzahl der Nullstellen von f_k in Abhängigkeit von k. [6]

Für alle folgenden Aufgaben gilt: k = –8. Die Funktion f_{-8} wird kurz mit f bezeichnet.

1.3 Geben Sie die Gleichungen aller Asymptoten des Graphen von f und das Verhalten der Funktionswerte von f für $x \to \infty$ an. [3]

1.4 Gegeben ist weiterhin die reelle Funktion t mit $t(x) = 2x - 2$ mit $D_t = \mathbb{R}$. [8]
Begründen Sie durch Rechnung, dass der Graph von t den Graphen von f im Punkt B(2 | 2) berührt.
Berechnen Sie die Koordinaten des zweiten gemeinsamen Punktes A beider Graphen, sowie deren Abstand. (Zwerg.: $x_A = -2$)

1.5 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f. [7]
Zeichnen Sie mit den bisherigen Ergebnissen und geeigneter Funktionswerte den Graphen G_f der Funktion f für $-8 \le x \le 7$ und die der Asymptoten in das vorhandene Koordinatensystem.

Für die folgende Aufgabe sind keine Berechnungen erforderlich!

Entnehmen Sie alle erforderlichen Zahlenwerte – soweit nicht schon berechnet – näherungsweise aus dem Graphen aus 1.5.

1.6 Betrachtet wird nun die Funktion $h : x \mapsto \ln(f(x)) = \ln \frac{2x^2 + 8x - 16}{x^2}$ **mit $x \in \mathbb{R}_0^+$.** [6]

Ermitteln Sie mit Hilfe des Graphen von f
- die maximale Definitionsmenge der Funktion h,
- das Verhalten von h an den Rändern des maximalen Definitionsbereichs
- die Wertemenge der Funktion h

Aufgabe 2

Von den $N_0 = 8{,}00 \cdot 10^6$ Atomen eines radioaktiven Stoffes sind nach 15 Sekunden noch $0{,}595 \cdot 10^6$ vorhanden.
Für die zur Zeit t noch nicht zerfallenen Atome gilt das Zerfallsgesetz $N(t) = N_0 \cdot b^t$ mit $0 < b < 1$.
Führen Sie alle folgenden Berechnungen ohne Benennung durch und runden Sie auf drei Nachkommastellen.

2.1 Bestimmen Sie den Term N(t), der die Anzahl der noch vorhandenen Atome beschreibt. (Zur Kontrolle: b = 0,841) [3]

2.2 Berechnen Sie die sog. „mittlere Lebensdauer“ τ, d. h. die Zeit τ, für die gilt: $N(\tau) = \frac{N_0}{e}$ [4]

2.3 Die Anzahl der noch nicht zerfallenen Atome lässt sich auch durch eine Funktion mit $N(t) = N_0 \cdot e^{kt}$ beschreiben. Berechnen Sie k. [3]

2.4.0 Bei jedem Zerfall entsteht genau ein Tochterkern, sodass die Anzahl der Zerfälle seit Messbeginn mit der Anzahl der Tochterkerne übereinstimmt. Die Anzahl der Tochterkerne lässt sich mit Hilfe der Funktion T darstellen, wobei $T(t) = N_0 \cdot (1 - b^t)$ gilt.

2.4.1 Stellen Sie den Graph der Funktion T sowie dessen Asymptote für $0 \le t \le 12$ in einem Diagramm dar. [4]

2.4.2 Die Zerfallsrate Z ist der Quotient aus der Anzahl der Zerfälle und der dafür benötigte Zeitspanne. [5]
Ermitteln Sie mit Hilfe des Diagramms von 2.4.1 die momentane Zerfallsrate Z_0 zum Zeitpunkt $t_0 = 0$, sowie die mittlere Zerfallsrate Z_m während der ersten 10 Sekunden.

NP

Klasse BVKT1
3. Schulaufgabe aus der Mathematik
am 10.07.2012

Name: ....

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	2.3	2.4.1	2.4.2	Σ

Zu Aufgabe 1.5